Del problema

$$P = 100 - Q$$

$$CT = 20Q$$

$$Entonces: \ CMg = \frac{dCT}{dQ} = 20$$

A) Monopolio de precio único

Ingreso Total: $IT = P \cdot Q \ \Rightarrow \ IT = (100 - Q)Q \ \Rightarrow \ IT = 100Q - Q^2$

Ingreso marginal: $IMg = \frac{dIT}{dQ} \ \Rightarrow \ IMg = 100 - 2Q$

Condición de maximización: El monopolista maximiza beneficio cuando:

$$IMg = CMg \ \Rightarrow \ 100 - 2Q = 20 \ \Rightarrow \ 80 = 2Q \ \Rightarrow \ Q_m = 40$$

Precio monopólico: $P = 100 - Q \ \Rightarrow \ P = 100 - 40 \ \Rightarrow \ P_m = 60$

$$\Rightarrow \ \boxed{Q_m = 40} \ , \ \boxed{P_m = 60}$$

Beneficio del monopolio de precio único: $\boxed{\pi = IT - CT}$

- Ingreso total: $IT = 60(40) = 2400$
- Costo total: $CT = 20(40) = 800$
- Beneficio: $\pi = 2400 - 800$

$$\Rightarrow \boxed{\pi_m = 1600}$$

Excedente del consumidor: El excedente del consumidor como el área debajo de la curva de demanda y encima del precio pagado.

$$EC = \frac{1}{2}(100 - 60)(40)$$

$$EC = \frac{1}{2}(40)(40)$$

$$\Rightarrow \ \boxed{EC_m = 800}$$

B) Discriminación perfecta de precios

En discriminación perfecta, o discriminación de primer grado, el monopolista cobra a cada consumidor su máxima disposición a pagar. Por eso ya no hay un solo precio. La empresa cobra distintos precios siguiendo la curva de demanda.

Producción con discriminación perfecta: La empresa produce hasta que el precio de la última unidad sea igual al costo marginal:

$$P = CMg$$
$$100 - Q = 20$$
$$Q = 80$$
$$\Rightarrow \boxed{Q_{DP} = 80}$$

La última unidad se vende a: **P=20.** Pero no hay precio único, porque cada unidad se cobra según la disposición a pagar.

Beneficio con discriminación perfecta: El ingreso total es el área bajo la demanda desde 0 hasta 80:

$$IT_{DP} = \int_0^{80} (100 - Q)dQ$$
$$IT_{DP} = \left[100Q - \frac{Q^2}{2}\right]_0^{80}$$
$$IT_{DP} = 100(80) - \frac{80^2}{2}$$
$$IT_{DP} = 8000 - 3200$$
$$IT_{DP} = 4800$$

$$Costo\ total: \ CT = 20(80) = 1600$$
$$Beneficio: \ \pi_{DP} = 4800 - 1600$$

$$\Rightarrow \boxed{\pi_{DP} = 3200}$$

Excedente del consumidor con discriminación perfecta: Como la empresa cobra a cada consumidor su máxima disposición a pagar, captura todo el excedente del consumidor.

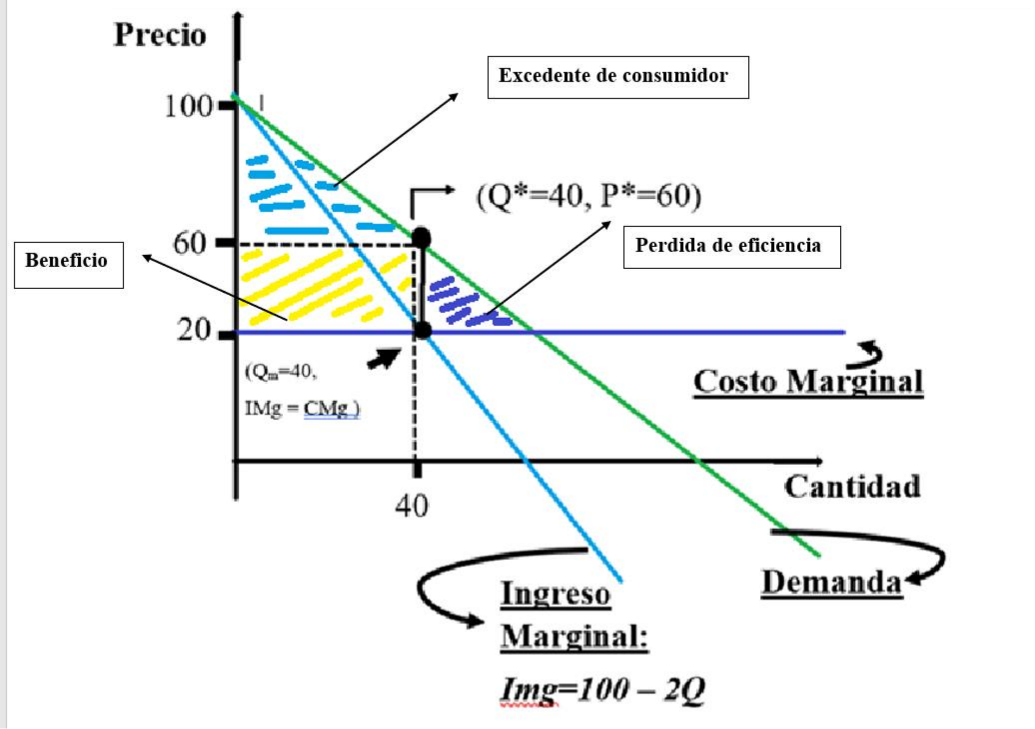
$$\Rightarrow \boxed{EC_{DP} = 0}$$

C) Comparación de ambos casos

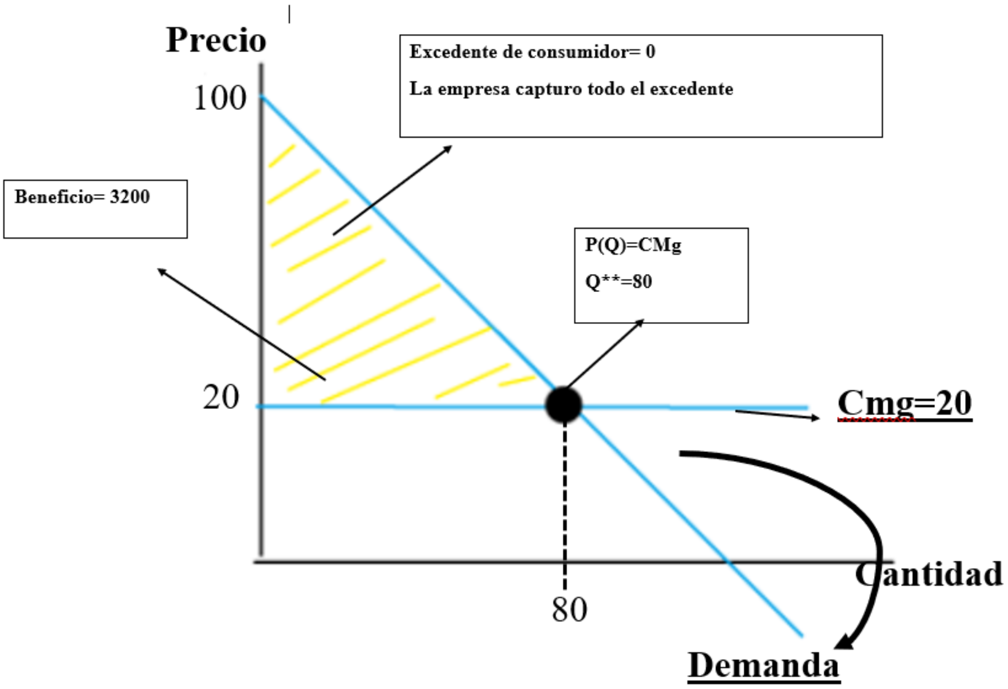
Resultado	Monopolio precio único	Discriminación perfecta
Producción	(Q=40)	(Q=80)
Precio	(P=60)	No hay precio único
Última unidad	(P=60)	(P=20)
Beneficio	(1600)	(3200)
Excedente del consumidor	(800)	(0)
Pérdida de eficiencia	Sí	No

GRAFICOS

Monopolio de precio único



Discriminación perfecta de precios



La discriminación perfecta aumenta la producción y el beneficio del monopolista, pero elimina el excedente del consumidor.